

### Semiotische Morphogramme und Moduloklassen

1. Nach Kaehr (2009, S. 25 ff.) kann man semiotische Relationen auf Morphogramme abbilden, sofern man die Bedingung aufhebt, daß für eine n-stellige Relation und ein Leerstellenpattern mit m Plätzen  $m = n$  gilt. (Ist  $n > m$ , liegt Überbalancierung der Werte über die Anzahl Plätze, ist  $m > n$ , liegt Überbalancierung der Plätze über die Anzahl Werte vor, vgl. Toth 2008.) Man kann dann die semiotischen Relationen gemäß der Dekomposition der semiotischen Matrix so in eine neue semiotische Matrix eintragen, daß entweder die Triaden oder die Trichotomien je eine Kontextur bilden (da die Semiotik ja drei Identitäten besitzt).

2. Im folgenden soll gezeigt werden, daß die in Toth (2009) konstruierten  $3^3 = 27$  Morphogramme des Systems der ternären (triadisch-trichotomischen) semiotischen Relationen in ihren konversen Relationen (Realitätsthematiken) die Moduloklassen (vgl. Toth 2021) der Zeichenthematiken enthalten, und zwar als Differenzmengen zu den Schnittmengen der den Zeichen- und Realitätsthematiken gemeinsamen Relationen.

$$1. \quad (3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.1_{1,3}) \quad \times \quad (1.1_{3,1} \ 1.2_1 \ 1.3_3)$$

$$\begin{pmatrix} \dots & 2.1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ 3.1 & \dots & 1.3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1.1 & \boxed{1.2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ 1.1 & \dots & \boxed{1.3} \end{pmatrix}$$

$$(3.1, \ 2.1, \ 1.1) \times (1.1, \ 1.2, \ 1.3)$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad 1.1 \quad | \quad 1.2, 1.3$$

$$(3.1, 2.1, 1.1) \text{ mod } (1.1) = (1.2, 1.3)$$

$$2. \quad (3.1_3 \ 2.1_1 \ 1.2_1) \quad \times \quad (2.1_1 \ 1.2_1 \ 1.3_3)$$

$$\begin{pmatrix} \dots & 2.1 & 1.2 \\ \dots & \dots & \dots \\ 3.1 & \dots & \dots \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2.1 & \boxed{1.2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \boxed{1.3} \end{pmatrix}$$

$$(3.1, \ 2.1, \ 1.2) \times (2.1, \ 1.2, \ 1.3)$$

$$\emptyset \quad 2.1 \quad \emptyset \quad | \quad 1.2, 1.3$$

$$(3.1, 2.1, 1.2) \text{ mod } (2.1) = (1.2, 1.3)$$

$$3. \quad (3.1_3 2.1_1 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3 1.2_1 1.3_3)$$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & 2.1 & \text{--} \\ \text{--} & \text{--} & \text{--} \\ 3.1 & \text{--} & 1.3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{--} & \boxed{1.2} & \text{--} \\ \text{--} & \text{--} & \text{--} \\ 3.1 & \text{--} & 1.3 \end{pmatrix}$$

$$(3.1, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 1.3)$$

$$3.1 \quad \emptyset \quad 1.3 \quad | \quad 1.2$$

$$(3.1, 2.1, 1.3) \text{ mod } (3.1, 1.3) = (1.2)$$

$$4. \quad (3.1_3 2.2_{1,2} 1.1_{1,3}) \quad \times \quad (1.1_{3,1} 2.2_{2,1} 1.3_3)$$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & 2.2 & 1.1 \\ \text{--} & 2.2 & \text{--} \\ 3.1 & \text{--} & 1.1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1.1 & 2.2 & \text{--} \\ \text{--} & 2.2 & \text{--} \\ 1.1 & \text{--} & \boxed{1.3} \end{pmatrix}$$

$$(3.1, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 1.3)$$

$$\emptyset \quad 2.2 \quad 1.1 \quad | \quad 1.3$$

$$(3.1, 2.2, 1.1) \text{ mod } (2.2, 1.1) = (1.3)$$

$$5. \quad (3.1_3 2.2_{1,2} 1.2_1) \quad \times \quad (2.1_1 2.2_{2,1} 1.3_3)$$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & 2.2 & 1.2 \\ \text{--} & 2.2 & \text{--} \\ 3.1 & \text{--} & \text{--} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \boxed{2.1} & 2.2 & \text{--} \\ \text{--} & 2.2 & \text{--} \\ \text{--} & \text{--} & \boxed{1.3} \end{pmatrix}$$

$$(3.1, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 1.3)$$

$$\emptyset \quad 2.2 \quad \emptyset \quad | \quad 2.1, 1.3$$

$$(3.1, 2.2, 1.2) \text{ mod } (2.2) = (2.1, 1.3)$$

$$6. \quad (3.1_3 2.2_{1,2} 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3 2.2_{2,1} 1.3_3)$$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & 2.2 & \text{--} \\ \text{--} & 2.2 & \text{--} \\ 3.1 & \text{--} & 1.3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{--} & 2.2 & \text{--} \\ \text{--} & 2.2 & \text{--} \\ 3.1 & \text{--} & 1.3 \end{pmatrix}$$

$$(3.1, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 1.3)$$

3.1    2.2    1.3    |     $\emptyset$

$(3.1, 2.2, 1.3) \text{ mod } (3.1, 2.2, 1.3) = \emptyset$

7.  $(3.1_3 2.3_2 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1} 3.2_2 1.3_3)$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & \text{--} & 1.1 \\ \text{--} & 2.3 & \text{--} \\ 3.1 & \text{--} & 1.1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1.1 & \text{--} & \text{--} \\ \text{--} & \boxed{3.2} & \text{--} \\ 1.1 & \text{--} & \boxed{1.3} \end{pmatrix}$$

$(3.1, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 1.3)$

$\emptyset \quad \emptyset \quad 1.1 \quad | \quad 3.2, 1.3$

$(3.1, 2.3, 1.1) \text{ mod } (1.1) = (3.2, 1.3)$

8.  $(3.1_3 2.3_2 1.2_1) \times (2.1_1 3.2_2 1.3_3)$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & \text{--} & 1.2 \\ \text{--} & 2.3 & \text{--} \\ 3.1 & \text{--} & \text{--} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \boxed{2.1} & \text{--} & \text{--} \\ \text{--} & \boxed{3.2} & \text{--} \\ \text{--} & \text{--} & \boxed{1.3} \end{pmatrix}$$

$(3.1, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 1.3)$

$\emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad | \quad 3.2, 2.1, 1.3$

$(3.1, 2.3, 1.2) \text{ mod } \emptyset = (3.2, 2.1, 1.3)$

9.  $(3.1_3 2.3_2 1.3_3) \times (3.1_3 3.2_2 1.3_3)$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & \text{--} & \text{--} \\ \text{--} & 2.3 & \text{--} \\ 3.1 & \text{--} & 1.3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{--} & \text{--} & \text{--} \\ \text{--} & \boxed{3.2} & \text{--} \\ 3.1 & \text{--} & 1.3 \end{pmatrix}$$

$(3.1, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 1.3)$

$3.1 \quad \emptyset \quad 1.3 \quad | \quad 3.2$

$(3.1, 2.3, 1.3) \text{ mod } (3.1, 1.3) = (3.2)$

$$10. (3.2_2 2.1_1 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1} 1.2_1 2.3_2)$$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & 2.1 & 1.1 \\ 3.2 & \text{--} & \text{--} \\ \text{--} & \text{--} & 1.1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1.1 & \boxed{1.2} & \text{--} \\ \text{--} & \text{--} & \boxed{2.3} \\ 1.1 & \text{--} & \text{--} \end{pmatrix}$$

$$(3.2, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 2.3)$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad 1.1 \quad | \quad 1.2, 2.3$$

$$(3.2, 2.1, 1.1) \text{ mod } (1.1) = (1.2, 2.3)$$

$$11. (3.2_2 2.1_1 1.2_1) \times (2.1_1 1.2_1 2.3_2)$$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & 2.1 & 1.2 \\ 3.2 & \text{--} & \text{--} \\ \text{--} & \text{--} & \text{--} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2.1 & 1.2 & \text{--} \\ \text{--} & \text{--} & \boxed{2.3} \\ \text{--} & \text{--} & \text{--} \end{pmatrix}$$

$$(3.2, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 2.3)$$

$$\emptyset \quad 2.1 \quad 1.2 \quad | \quad 2.3$$

$$(3.2, 2.1, 1.2) \text{ mod } (1.2, 2.1) = (2.3)$$

$$12. (3.2_2 2.1_1 1.3_3) \times (3.1_3 1.2_1 2.3_2)$$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & 2.1 & \text{--} \\ 3.2 & \text{--} & \text{--} \\ \text{--} & \text{--} & 1.3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \boxed{3.1} & \boxed{1.2} & \text{--} \\ \text{--} & \text{--} & \boxed{2.3} \\ \text{--} & \text{--} & \text{--} \end{pmatrix}$$

$$(3.2, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 2.3)$$

$$\emptyset \quad \emptyset \quad \emptyset \quad | \quad 3.1, 1.2, 2.3$$

$$(3.2, 2.1, 1.3) \text{ mod } \emptyset = (3.1, 1.2, 2.3)$$

$$13. (3.2_2 2.2_{1,2} 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1} 2.2_{2,1} 2.3_2)$$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & 2.2 & 1.3 \\ 3.2 & 2.2 & \text{--} \\ \text{--} & \text{--} & 1.3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1.1 & 2.2 & \text{--} \\ \text{--} & 2.2 & \boxed{2.3} \\ 1.1 & \text{--} & \text{--} \end{pmatrix}$$

$$(3.2, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 2.3)$$

$\emptyset \quad 2.2 \quad 1.1 \quad | \quad 2.3$

$$(3.2, 2.2, 1.1) \text{ mod } (2.2, 1.1) = (2.3)$$

14.  $(3.2_2 2.2_{1,2} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{2,1} 2.3_2)$

$$\begin{pmatrix} \text{---} & 2.2 & 1.2 \\ 3.2 & 2.2 & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \boxed{2.1} & 2.2 & \text{---} \\ \text{---} & 2.2 & \boxed{2.3} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{pmatrix}$$

$$(3.2, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 2.3)$$

$\emptyset \quad 2.2 \quad \emptyset \quad | \quad 2.1, 2.3$

$$(3.2, 2.2, 1.2) \text{ mod } (2.2) = (2.1, 2.3)$$

15.  $(3.2_2 2.2_{1,2} 1.3_3) \times (3.1_3 2.2_{2,1} 2.3_2)$

$$\begin{pmatrix} \text{---} & 2.2 & \text{---} \\ 3.2 & 2.2 & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & 1.3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{---} & 2.2 & \text{---} \\ \text{---} & 2.2 & \boxed{2.3} \\ \boxed{3.1} & \text{---} & \text{---} \end{pmatrix}$$

$$(3.2, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 2.3)$$

$\emptyset \quad 2.2 \quad \emptyset \quad | \quad 3.1, 2.3$

$$(3.2, 2.2, 1.3) \text{ mod } (2.2) = (3.1, 2.3)$$

16.  $(3.2_2 2.3_2 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1} 3.2_2 2.3_2)$

$$\begin{pmatrix} \text{---} & \text{---} & 1.3 \\ 3.2 & 2.3 & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & 1.3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1.1 & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & 3.2 & 2.3 \\ 1.1 & \text{---} & \text{---} \end{pmatrix}$$

$$(3.2, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 2.3)$$

$3.2 \quad 2.3 \quad 1.1 \quad | \quad \emptyset$

$$(3.2, 2.3, 1.1) \text{ mod } (3.2, 2.3, 1.1) = \emptyset$$

$$17. (3.2_2 2.3_2 1.2_1) \times (2.1_1 3.2_2 2.3_2)$$

$$\begin{pmatrix} \text{---} & \text{---} & 1.2 \\ 3.2 & 2.3 & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \boxed{2.1} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & 3.2 & 2.3 \\ \text{---} & \text{---} & \text{---} \end{pmatrix}$$

$$(3.2, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 2.3)$$

$$3.2 \quad 2.3 \quad \emptyset \quad | \quad 2.1$$

$$(3.2, 2.3, 1.2) \text{ mod } (3.2, 2.3) = (2.1)$$

$$18. (3.2_2 2.3_2 1.3_3) \times (3.1_3 3.2_2 2.3_2)$$

$$\begin{pmatrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ 3.2 & 2.3 & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & 1.3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{---} & \text{---} & \text{---} \\ \text{---} & 3.2 & 2.3 \\ \boxed{3.1} & \text{---} & \text{---} \end{pmatrix}$$

$$(3.2, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 2.3)$$

$$3.2 \quad 2.3 \quad \emptyset \quad | \quad 3.1$$

$$(3.2, 2.3, 1.3) \text{ mod } (3.2, 2.3) = (3.1)$$

$$19. (3.3_{2,3} 2.1_1 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1} 1.2_1 3.3_{3,2})$$

$$\begin{pmatrix} \text{---} & 2.1 & 1.1 \\ 3.3 & \text{---} & \text{---} \\ 3.3 & \text{---} & 1.1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1.1 & \boxed{1.2} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & 3.3 \\ 1.1 & \text{---} & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$(3.3, 2.1, 1.1) \times (1.1, 1.2, 3.3)$$

$$3.3 \quad \emptyset \quad 1.1 \quad | \quad 1.2$$

$$(3.3, 2.1, 1.1) \text{ mod } (3.3, 1.1) = (1.2)$$

$$20. (3.3_{2,3} 2.1_1 1.2_1) \times (2.1_1 1.2_1 3.3_{3,2})$$

$$\begin{pmatrix} \text{---} & 2.1 & 1.2 \\ 3.3 & \text{---} & \text{---} \\ 3.3 & \text{---} & \text{---} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2.1 & \boxed{1.2} & \text{---} \\ \text{---} & \text{---} & 3.3 \\ \text{---} & \text{---} & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$(3.3, 2.1, 1.2) \times (2.1, 1.2, 3.3)$$

3.3    2.1     $\emptyset$       |      1.2

$$(3.3, 2.1, 1.2) \text{ mod } (3.3, 2.1) = (1.2)$$

21.  $(3.3_{2,3} 2.1_1 1.3_3) \times (3.1_3 1.2_1 3.3_{3,2})$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & 2.1 & \text{--} \\ 3.3 & \text{--} & \text{--} \\ 3.3 & \text{--} & 1.3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{--} & \boxed{1.2} & \text{--} \\ \text{--} & \text{--} & 3.3 \\ \boxed{3.1} & \text{--} & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$(3.3, 2.1, 1.3) \times (3.1, 1.2, 3.3)$$

3.3     $\emptyset$      $\emptyset$       |      3.1, 1.2

$$(3.3, 2.1, 1.3) \text{ mod } (3.3) = (3.1, 1.2)$$

22.  $(3.3_{2,3} 2.2_{1,2} 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1} 2.2_{2,1} 3.3_{3,2})$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & 2.2 & 1.1 \\ 3.3 & 2.2 & \text{--} \\ 3.3 & \text{--} & 1.1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1.1 & 2.2 & \text{--} \\ \text{--} & 2.2 & 3.3 \\ 1.1 & \text{--} & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$(3.3, 2.2, 1.1) \times (1.1, 2.2, 3.3)$$

3.3    2.2    1.1      |       $\emptyset$

$$(3.3, 2.2, 1.1) \text{ mod } (3.3, 2.2, 1.1) = \emptyset$$

23.  $(3.3_{2,3} 2.2_{1,2} 1.2_1) \times (2.1_1 2.2_{2,1} 3.3_{3,2})$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & 2.2 & 1.2 \\ 3.3 & 2.2 & \text{--} \\ 3.3 & \text{--} & \text{--} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \boxed{2.1} & 2.2 & \text{--} \\ \text{--} & 2.2 & 3.3 \\ \text{--} & \text{--} & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$(3.3, 2.2, 1.2) \times (2.1, 2.2, 3.3)$$

3.3    2.2     $\emptyset$       |      2.1

$$(3.3, 2.2, 1.2) \text{ mod } (3.3, 2.2) = (2.1)$$

$$24. (3.3_{2,3} 2.2_{1,2} 1.3_3) \times (3.1_3 2.2_{2,1} 3.3_{3,2})$$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & 2.2 & \text{--} \\ 3.3 & 2.2 & \text{--} \\ 3.3 & \text{--} & 1.3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{--} & 2.2 & \text{--} \\ \text{--} & 2.2 & 3.3 \\ \boxed{3.1} & \text{--} & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$(3.3, 2.2, 1.3) \times (3.1, 2.2, 3.3)$$

$$3.3 \quad 2.2 \quad \emptyset \quad | \quad 3.1$$

$$(3.3, 2.2, 1.3) \text{ mod } (3.3, 2.2) = (3.1)$$

$$25. (3.3_{2,3} 2.3_2 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1} 3.2_2 3.3_{3,2})$$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & \text{--} & 1.1 \\ 3.3 & 2.3 & \text{--} \\ 3.3 & \text{--} & 1.1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1.1 & \text{--} & \text{--} \\ \text{--} & \boxed{3.2} & 3.3 \\ 1.1 & \text{--} & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$(3.3, 2.3, 1.1) \times (1.1, 3.2, 3.3)$$

$$3.3 \quad \emptyset \quad 1.1 \quad | \quad 3.2$$

$$(3.3, 2.3, 1.1) \text{ mod } (3.3, 1.1) = (3.2)$$

$$26. (3.3_{2,3} 2.3_2 1.2_1) \times (2.1_1 3.2_2 3.3_{3,2})$$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & \text{--} & 1.2 \\ 3.3 & 2.3 & \text{--} \\ 3.3 & \text{--} & \text{--} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \boxed{2.1} & \text{--} & \text{--} \\ \text{--} & \boxed{3.2} & 3.3 \\ \text{--} & \text{--} & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$(3.3, 2.3, 1.2) \times (2.1, 3.2, 3.3)$$

$$3.3 \quad \emptyset \quad \emptyset \quad | \quad 2.1, 3.2$$

$$(3.3, 2.3, 1.2) \text{ mod } (3.3) = (2.1, 3.2)$$

$$27. (3.3_{2,3} 2.3_2 1.3_3) \times (3.1_3 3.2_2 3.3_{3,2})$$

$$\begin{pmatrix} \text{--} & \text{--} & \text{--} \\ 3.3 & 2.3 & \text{--} \\ 3.3 & \text{--} & 1.3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{--} & \text{--} & \text{--} \\ \text{--} & \boxed{3.2} & 3.3 \\ \boxed{3.1} & \text{--} & 3.3 \end{pmatrix}$$

$$(3.3, 2.3, 1.3) \times (3.1, 3.2, 3.3)$$

3.3     $\emptyset$      $\emptyset$     |    3.1, 3.2

$(3.3, 2.3, 1.3) \text{ mod } (3.3) = (3.1, 3.2)$

## Literatur

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotic Short Studies. Glasgow, U.K. 2009

Toth, Alfred, Balancierte und unbalancierte semiotische Systeme. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2008

Toth, Alfred, Die 27 semiotischen Basis-Morphogramme der triadisch-trichotomischen Semiotik. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Abbildungen der Zeichenklassen auf ihre Moduloklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2021

4.6.2025